Proceedings of IAM, V.2, N.1, 2013, pp.91-98

АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ГАЗЛИФТНОГО ПРОЦЕССА*

А.П. Гулиев[1], М.Х. Ильясов[2], Н.А.Алиев[1], Фикрет А. Алиев[1]

[1]Институт Прикладной Математики, Бакинский Государственный Университет
[2]Азербайджанская Национальная Авиационная Академия
e-mail: f_aliev@yahoo.com

Резюме. Рассматривается простая модель газлифтного процесса, где движение в затрубном пространстве и подъемнике описывается уравнениями с частными производными гиперболического типа, а между этими двумя трубами (конец затрубного и начало подъемника) через пласт описывается импульсным уравнением, где учитывается и течение в пласте. Далее получаются приближенные формулы определения дебита, также соответствующих давлений. На конкретном примере из практики с помощью численных экспериментов приводится подтверждение адекватности новой математической модели.

Ключевые слова: газлифтный процесс, дебит, импульсное уравнение, численный алгоритм.

AMS Subject Classification: 49J15, 49J35.

1. Введение

Как известно [1,2], газлифтный процесс играет важную роль при добыче нефти после фонтанного процесса. Несмотря на то, что этот процесс давно привлекает внимание исследователей, до настоящего времени отсутствует единый подход для определения оптимальных режимов этого процесса. Действительно, в [3] приведена математическая модель, где показывается, что движение газожидкостной смеси (ГЖС) в трубах описывается дифференциальным уравнением с частными производными гиперболического типа. Определение оптимальных режимов на основе этих уравнений составляет трудности, поэтому авторы [3], используя методы усреднения как по времени t, так и по координате высоты скважины- x, перевели общую задачу к соответствующей задаче, где движение описывается сосредоточенными дифференциальными уравнениями. Далее, авторы [3] показывают, что полученный ими оптимальный режим совпадает с результатами из практики, чем подтверждается адекватность разработанной модели. Там же приводятся вычислительные алгоритмы для нахождения коэффициентов регулятора, обеспечивающих стабилизацию найденных программных траекторий. Однако, такой подход не позволяет определить давление и объем газа и ГЖС в каждой точке (x,t) в исходной постановке,

* Reported at the seminar of the Institute of Applied Mathematics in 26.02.2013

где требуется исследовать соответствующую задачу с распределенными параметрами.
Здесь впервые рассматриваются задачи газлифта, описывающиеся с помощью уравнений с частными производными и соответствующими начальными и краевыми условиями. Для определения давления и объема газа (в подъемника (ГЖС)) приводится приближенная формула с помощью результатов численных экспериментов и показывается адекватность рассматриваемой модели.

2. Постановка задачи

Как известно [4], движение в кольцевом (затрубном) пространстве и подъемнике описывается соответственно системой линейных дифференциальных уравнений с частными производными гиперболического типа

$$\begin{aligned} -F_\eta \frac{\partial P}{\partial x} &= \frac{\partial Q}{\partial t} + 2a_\eta Q, \\ -F_\eta \frac{\partial P}{\partial t} &= C_\eta^2 \frac{\partial Q}{\partial x}, \ \eta = 1,2 \end{aligned} \tag{1}$$

где P-давление, Q-объем газа и газожидкостной смеси в соответствующих трубах, $2a_\mu = \dfrac{g}{\omega_0}\cos\theta + \dfrac{\lambda\omega_\eta}{2D_\eta}$, $(\eta = 1,2)$, ω_0- средняя скорость потока по длине трубопровода, θ - угол между осью трубы и вертикальной осью, λ - коэффициент гидравлических сопротивлений, D_η $(\eta = 1,2)$-эффективные диаметры в кольцевом пространстве и подъемнике соответственно, $\omega(x,t)$ усредненная по поперечному сечению скорость движения смеси, $F_\mu(\eta = 1,2)$ площади поперечного сечения насосно-компрессорных труб и подъемника и являются постоянными по оси x, c_η -скорость звука в газе и ГЖС соответственно, g -ускорение силы тяжести.

Отметим, что начальные и краевые условия для уравнений (1) можно задать в следующем виде [5]

$$P(x,0) = 0, \ \ P(0,t) = P_0(t), \ \ Q(x,0) = 0, Q(0,t) = Q_0(t), \ \ 0 \le x \le 2l, \tag{2}$$

где $Q_0(t)$, $P_0(t)$ заданные непрерывные функции.

Как известно [2,4], дифференциальные уравнения с частными производными гиперболического типа (ДУЧПГТ), описывающие характер давления пласта, являются достаточно сложными и аналогично [6] их можно идентифицировать на основе истории пласта ДУЧПГТ и получить более простое уравнение для каждого конкретного случая [7,8]. Это самостоятельное направление и требует особого исследования.

Поэтому, идеализируя процессы в пласте, условия связи между давлениями и объем ГЖС в конце кольцевого пространства и в начале подъемника опишем следующими разностными уравнениями

$$\begin{aligned} P(l+0,t) &= f'_{\delta}(t)P(l-0,t)+\overline{P}(t) \\ Q(l+0,t) &= f^{2}_{\delta}(t)Q(l-0,t)+\overline{Q}(t) \end{aligned}, \tag{3}$$

где $f'_{\delta}(t), f^{2}_{\delta}$(t) известные кусочно-непрерывные функции, $P(l-0,t)$ и $P(l+0,t)$ давления в конце кольцевой трубы и в начале подъемника соответственно, $\overline{P}(t)$ -среднее давление на пласте.

Отметим, что между начальным давлением $P_0(t)$ и объемом газа $Q_0(t)$ имеется соотношение [9]

$$Q_0(t)=\frac{F_0\omega_0}{gzRT}P_0(t). \tag{4}$$

Здесь R -константа газа, T -абсолютная температура, z -постоянная (в начале процесса можно взять для идеального газа).

Таким образом, решив уравнение (1) при $\eta=1$ с начальными условиями (2), находим $P_1(x,t)$ (определение $Q_1(x,t)$ как в [3] не составляет трудности). Принимая в (3) $P(l-0,\tau)=P_1(l,\tau)$, $Q(l-0,\tau)=Q_1(l,\tau)$ вычисляем

$$P(l+0,t),\ Q(l+0,t). \tag{5}$$

Далее, принимая $\eta=2$, из (1) находим $P_2(x,t)$, $Q_2(x,t)$ с начальными условиями (5), где дебит $Q(2l,t)=Q_2(2l,t)$ является результатом решения уравнения (1).

Отметим, что такой подход позволяет построить решение уравнения (1) численно-аналитически и определить дебит $Q(2l,T)$. При уменьшении или увеличении начальных данных $Q_0(t)$ и $P_0(t)$ можно получить изменение $P(2l,T)$, $Q(2l,T)$. А это позволит в дальнейшем ставить соответствующую задачу оптимизации, в отличие от [4], в общем случае.

3. Вычислительный алгоритм для решения задачи (1) –(3)

Нахождение аналитического решения уравнений (1) с условиями (2), (3) в отличие от [5], составляет трудности. Поэтому остановимся на численных решениях начальных задач (1)–(3), т.е. попытаемся восстановить дебит $Q(2l,t)$ из решений уравнений (1). Поэтому предполагаем, что решения $P(x,t)$, $Q(x,t)$ из (1) определены в области $D=\{0\le x\le 2l,\ 0\le t\le T\}$ и разбиваем их в разностной равномерной сетке соответственно по x и по t в следующем виде

$$W_h = \{x_i = ih,\ i = 0,1,\ldots,\ N,\ hn = 2l\} \tag{6}$$

и

$$W_\tau = \{t_i = j\tau,\ j = 0,1,\ldots,\ K,\ K\tau = T\} \tag{7}$$

где h и τ шаги разделения соответствующих интервалов по высоте скважины x и по времени T. Теперь аппроксимируем уравнения (1) в точке (x_i, t_j), где производные $\frac{\partial P}{\partial t}$, $\frac{\partial Q}{\partial t}$, $\frac{\partial P}{\partial x}$, $\frac{\partial Q}{\partial x}$ определяются в виде

$$\begin{gathered}\frac{\partial P}{\partial t} \approx \frac{P_{ij} - P_{ij-1}}{\tau},\ \frac{\partial Q}{\partial t} \approx \frac{Q_{ij} - Q_{ij-1}}{\tau},\\ \frac{\partial P}{\partial x} \approx \frac{P_{ij} - P_{i-1,j}}{h},\ \frac{\partial Q}{\partial x} \approx \frac{Q_{ij} - Q_{i-1,j}}{h}\end{gathered} \tag{8}$$

Здесь $i = 0,1,\ldots,n;\ j = 0,1,\ldots,k$.

Подставив (8) в (1), после соответствующих преобразований имеем следующие разностные уравнения для определения объема газа Q_{ij} и давлений P_{ij} в следующем виде

$$\begin{gathered}P_{i+1,j} = P_{ij} - \frac{h}{F_\eta \tau} Q_{ij} - Q_{ij-1} - \frac{2a_\eta h}{\tau} Q_{ij}\\ Q_{i+1,j} = Q_{ij} - \frac{F_\eta h}{C_\eta^2 \tau} P_{ij} - P_{ij-1}\\ i = 1,2,\ldots,n-1,\ j = 2,3,\ldots,k,\ \eta = 1\end{gathered} \tag{9}$$

где начальные условия (2) по сетке (6) и (7) определяются в виде

$$\begin{gathered}Q(x_i,0) = 0,\ P(x_i,0) = 0,\ P(0,t_j) = P_0(t_j)\\ Q(0,t_j) = Q_o(t_j),\ i = 1,\ldots,2n;\ j = 0,1,\ldots,k\end{gathered} \tag{10}$$

а импульсные системы уравнения (3) переходят к виду

$$\begin{gathered}P(n+1,t_j) = f_\delta^1 P(u,t_j) + \tilde{P}(t_j),\\ Q(n+1,t_j) = f_\delta^2 Q(u,t_j) + \tilde{Q}(t_j),\\ j = 2,3,\ldots,k\end{gathered} \tag{11}$$

Отметим, что при $\eta = 2$ (т.е., когда движение осуществляется в подъемнике), в качестве начальных условий берется (11) и $i = n+1, n+2, \ldots, 2n$, $j = 2,3,\ldots,k$ и текущие значения $Q(i,j), P(i,j)$ в подъемнике вычисляются по (9) при $\eta = 2$. Таким образом, задавая различные значения $P_0(t_j), Q_0(t_j)$ $(j = 1,2,..,k)$ можем получить соответствующие значения дебита $Q(2n,t_j)$ и давления $P(2l,t_j)$. Обычно, из практики, когда подаваемый газ увеличивается до какого-то (оптимального) значения, дебит увеличивается, а после оптимального значения дебит начинает уменьшаться, несмотря на увеличение подаваемого газа в устье газлифтного устройства. Тогда, как в [9] возникает вопрос: нельзя ли перед $P(t_j)$, $Q(t_j)$ из (11) добавить неквадратный член, зависящий от $P(n,t_j)$, $Q(n,t_j)$, соответственно, т.е задавать (11) в следующем виде

$$\begin{aligned} P(n+1,t_j) &= f_\delta^1 P(u,t_j) + \left[\delta_1\left(P^2(n,t_j)\right)+\delta_2\right]P(n,t_j)+\delta_3 \\ Q(n+1,t_j) &= f_\delta^1 P(u,t_j) + \left[\delta_1\left(Q^2(n,t_j)\right)+\delta_2\right]Q(n,t_j)+\delta_3 \end{aligned} \qquad (12)$$

Уравнение (12) может обеспечить “параболический” характер дебита, т.е. после оптимальных значений подаваемого газа, несмотря на ее увеличение, дебит уменьшается. Отметим, что параметры $\delta_1,\delta_2,\delta_3$ и f_δ^1, f_δ^2 определяются из соответствующей обратной задачи для определения ГЖС в начале подъемника.

Таким образом, для нахождения дебита $Q(2l,t_j)$ $j=2,3,...,k$ имеется следующий алгоритм.

Алгоритм

1.Выбрав шаги $h=\frac{l}{n}$, $\tau=\frac{T}{k}$ по x и t соответственно, строим сетку

$$x_i = x_0 + ih, t_i = t_0 + \tau j$$
$$i=0,1,...,2n,\ j=0,...,k$$

n и k -заданное число шагов.

2. Граничные условия задаются формулой (10).

$P(0,j)=P_{0,j}$, $Q(0,j)=Q_{0,j}$ $j=1,..,k$, где $P(0,j), Q(0,j)$ заданные числа, характеризующие давление и объем газа, соответственно, и начальные условия будут

$P(i,0)=0,\ Q(i,0)=0,\ i=1,...,2n$.

3. По явным схемам (9) вычисляются $P_{i,j+1}, Q_{i,j+1},\ i=1,...,n-1,\ j=1,...,k$.

5. По формуле (11) вычисляются $P(n+1,t_j)$ и $Q(n+1,t_j),\ j=2,...,k$

6. По формуле (10) при $\eta=2$ вычисляются $P_{i,j}$ и $Q_{i,j}$ при $i=n+1,...,2n,\ j=2,...,k$, при i=2n получаем дебит $Q(2l,t_j)$.

Теперь переходим к численной реализации предложенного алгоритма. Для этого рассмотрим конкретный практический случай [9], т.е. примем параметры в следующем виде:

l=1485 *m* , c=331 *m/c* , $\rho = 0.717$кг/м^3, d=$\sqrt{114^2-73^2}\cdot 10^{-3}$ м , λ=0.01 при $0 \le x \le l$;

c=850 m/c , $\rho = 700$кг/м^3, d=0.073м , λ =0.23 при $l \le x \le 2l$.
Задается малое число ε и полученные значения $P(i, j), Q(i, j)$ поставляются в (9) и проверяются значения нормы соответствующей невязки. Если она меньше заданного ε, то вычислительный процесс останавливается, иначе шаг интегрирования h и τ выбираются соответствующим образом и переходится к шагу 1.

Тогда для $P(i, j)$ имеем следующий график из Рис.1 в каждой точке i, j в подъемнике

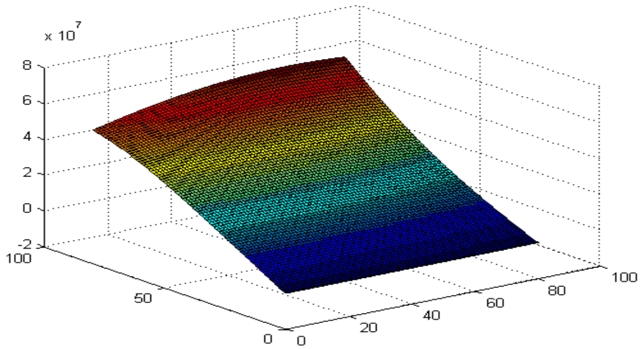

Рис. 1. Давление. $P(l \le x \le 2l, \tau \le t \le T)$

Далее приведем график объемного расхода ГЖС- $Q(i, j)$ в следующем рисунке (рис.2)

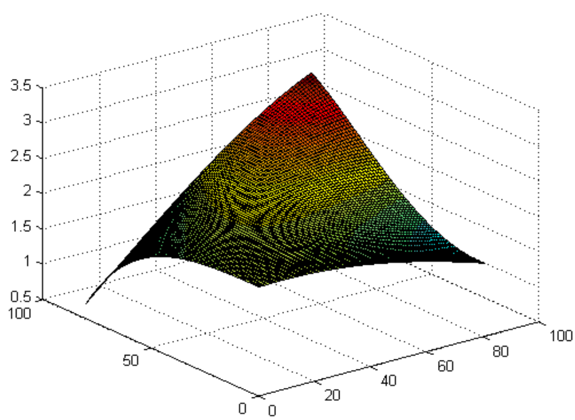

Рис. 2. Дебит. $Q(l \le x \le 2l, \tau \le t \le T)$

Из обоих графиков (рис. 1 и рис. 2) видно, что $P(i, j)$ и $Q(i, j)$ уменьшаются, что подтверждает адекватность полученных результатов с практическими данными измерений дебита.

Литература

1. Мирзаджанзаде А.Х., Ахметов И.М., Хасаев А.М., Гусев В.И. Технология и техника добычи нефти: Под редакцией акад. А.Х.Мирзаджанзаде. М., «Недра», 1986, 382 с.
2. Шуров В.И. Технология и техника добычи нефти М., «Недра», 1983, 510 с.
3. Алиев Ф.А., Ильясов М.Х., Джамалбеков М.А.. Моделирование работы газлифтной скважины, Доклады НАН Азербайджана, №2, 2008, с.107-115.
4. Алиев Ф.А., Ильясов М.Х., Нуриев Н.Б. Задачи моделирования оптимальной стабилизации газлифтного процесса, Прикладная механика, Т. 46, №6, 2010, с.113-122.
5. Ионин Д.А., Яковлев Е.И. Современные методы диагностики магистральных газопроводов, Л., «Недра», 1987, 232 с.
6. Abasov M.T., Orudjaliev F.G., Djamalbekov M.A. Scientific basis gas condensate reservoirs development in deformed reservoir rocks, Proceedings of the II Symp.on Mining Chemistry. Vise grad, Hungary, 22-24 October, 1986, pp.187-206.
7. Алиев Ф.А., Исмаилов Н.А. Об одной задаче идентификации в линейном стационарном случае, Доклад НАН Азербайджана, №6, 2010, с.6-14.
8. Алиев Ф.А., Исмаилов Н.А.Об одном методе линеаризации для линейных систем, Мехатроника, Автоматизация, Управление, №6, 2012, с.2-6.
9. Исмаилов Н.А., Аскеров И. Алгоритм решения задачи оптимизации с граничным управлением. Доклад НАН Азербайджана, №1, 2013.
10. Aliev F.A., Ismailov N.A., Temirbekova L.N. Extremal solution of the problem of the choice of optimum modes for gas-lift process, Appl. and Comput. Math/, 2012, Vol.11, No.3, pp.348-357.

Fəza qazlift prosesində hərəkətin təyini məsələsinin həll alqoritmi

A.P. Quliyev, M.X. İlyasov, N.A. Əliyev, F.Ə.Əliyev

XÜLASƏ

Burada qazlift prosesinin sadə modelinə baxılır, belə ki, hərəkət halqavari fəzada və qaldırıcıda hiperbolik tip xüsusi törəməli differensial tənliklər sistemi ilə təsvir olunur. Konsentrik borular arasında hərəkət aşağı gedən borunun sonu ilə yuxarı qalxan borunun başlanğıcında impuls tənliyi ilə və quyu dibində axın nəzərə alınmaqla verilir. Sonra isə debitin, habelə təzyiqin tapılması üçün təqribi düsturlar alınır. Təcrubədən alınan xüsusi misal üzərində verilmiş yeni riyazi modelin praktika ilə adekvatlığı göstərilir.

Açar sözlər: qazlift prosesi, debit, impuls tənlik, ədədi alqoritm.

Algorithm to solution the problem of determining the motion of gas lift process

A.P.Guliev, M.X.,Ilyasov N.A. Aliev, F.A. Aliev

ABSTRACT

In the paper a simple model of the gas-lift process is considered, where the motion in the ring space and lift is described by the partial differential equations of hyperbolic type. The motion between these tubes in the end of the ring and the beginning of lift through layer is described by the pulse equation. An approximate formula for defining the debit and corresponding pressure at each point in the area is obtained. Using a concrete practical example the adequacy of the offered mathematical model is given.

Keywords: gaslift process, debit, impulse equation, numerical algorithm.